الترتـــــيـــــب في IR

1) خاصيـــــات

a) (* $a \ge b$ يكـــافئ $a-b \ge 0$

(* $a \le b$ يكـــافئ $a-b \le 0$

b) (* $a > b$ يكـــافئ $a-b > 0$

(* $a < b$ يكـــافئ $a-b < 0$

c) (* $a \le b$ يعني $a < b$ أو $a = b$.

(* إذا كان $a < b$ فإن $a \le b$ والعكس غير صحيح .

d) (* $a \ge b$ يكـــافئ $a+c \ge b+c$

(* $a > b$ يكـــافئ $a+c > b+c$

e) (* إذا كان $\begin{cases} a \le b \\ b \le c \end{cases}$ و فإن $a \le c$.

(* إذا كان $\begin{cases} a \le b \\ b < c \end{cases}$ و فإن $a < c$.

f) (* إذا كان $\begin{cases} a \le b \\ c \le d \end{cases}$ و فإن $a+c \le b+d$ والعكس غير صحيح

(* إذا كان $\begin{cases} a \le b \\ c < d \end{cases}$ و فإن $a+c < b+d$

g) (* إذا كان $\begin{cases} a \le b \\ c \ge 0 \end{cases}$ و فإن $ac \le bc$

(* إذا كان $\begin{cases} a \le b \\ c \le 0 \end{cases}$ و فإن $ac \ge bc$.

(* إذا كان $\begin{cases} 0 \le a \le b \\ 0 \le c \le d \end{cases}$ و فإن $ac \le bd$ والعكس غير صحيح

(* إذا كان $\begin{cases} 0 \le a \le b \\ 0 < c < d \end{cases}$ و فإن $ac < bd$

i) ليكن $a > 0$ و $b > 0$. (* $a \le b$ يكـــافئ $\frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$

j) ليكن $a < 0$ و $b < 0$. (* $a \le b$ يكـــافئ $\frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$

k) ليكن $a \ge 0$ و $b \ge 0$

$\boxed{\begin{array}{l} (* \ a \le b \text{ يكافئ } a^2 \le b^2 \\ (* \ a \le b \text{ يكافئ } \sqrt{a} \le \sqrt{b} \end{array}}$

l) ليكن $a \le 0$ و $b \le 0$ $\boxed{(* \ a \le b \text{ يكافئ } a^2 \ge b^2}$

m) ليكن a و b من IR $\boxed{|a| \le |b| \text{ يكافئ } a^2 \le b^2}$

n) إذا كان لـ a و b نفس الإشارة و $a+b=0$ فإن $a=0$ و $b=0$

ملاحظة

إذا كان العددين a و b يحتويان على الجذور المربعة ، لكي نقارن a و b يكفي مثلا أن نقارن a^2 و b^2 ونتحقق من إشارة a و b ثم نستعمل الخاصيتين k) و l) .

2) القيـــــمة المطلقة .

تعريف :ليكن x من IR . القيمة المطلقة للعدد x هي العدد الذي نرمز له ب $|x|$ والمعرف بما يلي : $|x| = \begin{cases} x & ; \ x \ge 0 \\ -x & ; \ x \le 0 \end{cases}$

يعني :

(* إذا كان $x \ge 0$ فإن القيمة المطلقة للعدد x هي نفسه .

(* إذا كان $x \le 0$ فإن القيمة المطلقة للعدد x هي مقابله .

خاصيـــات

a) (* $|-x| = |x|$ (* $|x| \ge 0$

(* $|xy| = |x||y|$ (* $|x^n| = |x|^n$ (* $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$

b) (* $|x| = r$ يكـــافئ $x = r$ أو $x = -r$.

(* $|x| = |y|$ يكـــافئ $x = y$ أو $x = -y$.

(* $|x| \le r$ يكـــافئ $-r \le x \le r$

(* $|x| \ge r$ يكـــافئ $x \ge r$ أو $x \le -r$

المجـــالات

$[a,b] = \{x \in IR \ / \ a \le x \le b\}$

$[a,b[= \{x \in IR \ / \ a \le x < b\}$

a) $]a,b] = \{x \in IR \ / \ a < x \le b\}$

a) $]a,b[= \{x \in IR \ / \ a < x < b\}$

a) $[a,+\infty[= \{x \in IR \ / \ x \ge a\}$

a) $]a,+\infty[= \{x \in IR \ / \ x > a\}$

a) $]-\infty,a] = \{x \in IR \ / \ x \le a\}$

a) $]-\infty,a[= \{x \in IR \ / \ x < a\}$

4) التأطيـــــر

تعريف : كل متفاوتة من المتفاوتات : $a < x < b$ و $a \le x < b$ و $a < x \le b$ و $a \le x \le b$ تسمى تأطيرا للعدد x سعته $b-a$.

5) القيمة المقربـــــة .

a) i) إذا أردنا أن نبين أن x_0 قيمة مقربة بتفريط للعدد x بالدقة r ، نقوم بتأطير $x - x_0$ و سنجد $\boxed{0 \le x - x_0 \le r}$

ii) إذا أردنا أن نبين أن x_0 قيمة مقربة بإفراط للعدد x بالدقة r ، نقوم بتأطير $x - x_0$ و سنجد $\boxed{-r \le x - x_0 \le 0}$.

iii) إذا أردنا أن نبين أن x_0 قيمة مقربة للعدد x بالدقة r ، نقوم بتأطير $x - x_0$ و سنجد $\boxed{-r \le x - x_0 \le r}$ يعني $\boxed{|x - x_0| \le r}$.

b) إذا أردنا أن نحدد قيمة مقربة للعدد x نقوم بتأطير العدد x و سنجد $\boxed{a \le x \le b}$: ومن هنا نستنتج أن ما يلي :

i) a هي القيمة المقربة بتفريط للعدد x بالدقة $r = b - a$

ii) b هي القيمة المقربة بإفراط للعدد x بالدقة $r = b - a$

iii) $\frac{a+b}{2}$ هي القيمة المقربة للعدد x بالدقة $r = \frac{b-a}{2}$

c) ملاحظـــة

يمكن تحديد قيمة مقربة للعدد x مباشرة إذا كانت لدينا إحدى التأطيرات التالية :

i) $\boxed{0 \le x - x_0 \le r}$ وستكون x_0 قيمة مقربة بتفريط للعدد x بالدقة r

ii) $\boxed{-r \le x - x_0 \le 0}$ وستكون x_0 قيمة مقربة بإفراط للعدد x بالدقة r

iii) $\boxed{-r \le x - x_0 \le r}$ أو $\boxed{|x - x_0| \le r}$ وستكون x_0 قيمة مقربة للعدد x بالدقة r

d) التقريب العشري .

ليكن x من IR .

i) العدد العشري $\frac{E(10^n x)}{10^n}$ يسمى القيمة العشرية المقربة بتفريط للعدد x بالدقة 10^{-n} .

i) العدد العشري $\frac{E(10^n x)}{10^n} + 1$ يسمى القيمة العشرية المقربة بإفراط للعدد x بالدقة 10^{-n} .