

تمرين 1:

نضع $A = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$ بحيث $x \in IR$ و $x \neq 1$ و $n \in IN^*$

$$(1) \text{ بسط } xA - A$$

$$(2) \text{ استنتج أن } A = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

$$(3) \text{ بين أن } a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

لكل a و b من IR

$$(4) \text{ استنتج أن } 3^{2n} - 2^n \text{ من مضاعفات } 7 \text{ لكل } n \text{ من } IN$$

تمرين 2:

a, b, c, d أعداد حقيقية غير منعدمة بحيث $ab + bc + ca = 0$

$$\text{أحسب } \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$$

تمرين 3:

(1) a, b و n أعداد صحيحة طبيعية.

بين أن $a^n - b^n$ من مضاعفات $a - b$

(2) تحقق أن $3^5 - 1$ و $4^5 - 1$ و $5^5 - 1$ من مضاعفات 11.

$$(3) \text{ بين أن } 3^{5k} + 4^{5k+2} + 5^{5k+1} = (3^{5k} - 1) + 5(4^{5k} - 1) + 5(5^{5k} - 1) + 11 \times (4^{5k} + 1)$$

(4) استنتج أن $3^{5k} + 4^{5k+2} + 5^{5k+1}$ قابل للقسمة على 11. $k \in IN$

تمرين 4:

a و b عدنان حقيقيان بحيث $0 < b \leq a$

$$\text{نضع } A = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}}$$

(1) احسب A^2

(2) استنتج كتابة بسيطة للعدد A

$$(3) \text{ احسب } \sqrt{5 + \sqrt{21}} + \sqrt{5 - \sqrt{21}}$$

تمرين 5:

بسط ما يلي:

$$(2) \frac{\frac{1}{x} + \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}}$$

$$(1) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

$$(4) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$(3) (a + b + \sqrt{ab})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

تمرين 6: - (CONJECTURE DE GOLDBACH -1742)

(1) أكتب كلا من الأعداد 4 - 6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16 - 18 - 20 على شكل مجموع عددين أوليين.

(2) هل يمكن أن نعم: إذا كان n عددا زوجيا ($n \geq 4$) فإنه يكتب على شكل مجموع عددين أوليين.