

المسابقات العددية

تمرين 1

$$1- \text{أحسب } \frac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{4} - 2$$

$$2- \text{لتكن } a \text{ و } b \text{ و } c \text{ أعداد حقيقية}$$
$$\text{أحسب } -2(a+b-c) - 3(a-b+c) + 4(5a-b)$$

تمرين 2

$$1- \text{أحسب } \sqrt{5^2 \times 3^3} + \sqrt{75} - 11\sqrt{3} + 2\sqrt{243} \text{ و } (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{5})$$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$2- \text{أحسب } (2 - \sqrt{5})^2 \text{ ثم بسط } \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$$

$$\text{ب- بسط } \sqrt{7 + 2\sqrt{10}} ; \sqrt{21 - 6\sqrt{6}}$$

$$3- \text{اجعل المقام عددا جذريا للعددين الحقيقيين } \frac{2 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} ; \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

$$4- \text{بين أن } \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} = -4 \text{ و } \sqrt{7 + \sqrt{48}} + \sqrt{7 - \sqrt{48}} = 4$$

تمرين 3

$$1- \text{عمل } (2x-1)^2 - (3x+2)^2 , (x+2)^2 + x^2 - 4$$

$$x^3 + 125 - 5x(x+5) ; 27x^3 - 8$$

$$2- \text{نضع } a^2 + b^2 = 2 ; a + b = 1$$

$$\text{أحسب } a^6 + b^6 ; a^4 + b^4$$

تمرين 4

$$1- \text{أوجد الأعداد الحقيقية } x \text{ و } y \text{ و } z \text{ متناسبة مع } -\frac{1}{2} \text{ و } 4 \text{ و } 3 \text{ حيث } 2x - y + 3z = 24$$

$$2- \text{حدد أطوال أضلاع مثلث متناسبة عكسيا مع } 3 \text{ و } 4 \text{ و } \frac{12}{5} \text{ حيث محيطه } 12 .$$

تمرين 5

$$\text{ليكن } a \in \mathbb{R}^* \text{ نضع } x = a + \frac{1}{a}$$

$$\text{أحسب } a^2 + \frac{1}{a^2} ; a^3 + \frac{1}{a^3} \text{ بدلالة } x$$

تمرين 6

$$\text{ليكن } x \text{ و } y \text{ من } \mathbb{R} \text{ حيث } x \neq y \text{ و } 2(x^2 + y^2) = 5xy$$

$$\text{أحسب } \frac{x+y}{x-y}$$

تمرين 7

$$1- \text{حل المعادلة } \frac{2x-1}{3} - \frac{5x-1}{2} = 3x+1 \text{ } x \in \mathbb{R}$$

$$2- \text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة } \frac{x+1}{x-3} = 2$$

$$3- \text{حل وناقش حسب قيم } m \text{ المعادلات التالية}$$

$$x \in \mathbb{R} \quad (m-1)x + 2mx + 3(m-x) + 1 = 0$$

$$x \in \mathbb{R} \quad m(x-m) + (m+2)(x+3) = 0$$

$$x \in \mathbb{R} \quad mx + m^2 - 4 = 2x$$

$$x \in \mathbb{R} \quad m(3mx+2) - 2x(m^2+2) - 3m+2 = 0$$

$$x \in \mathbb{R} \quad \frac{x-2}{x-m} = m$$

تمرين 8:

ليكن a و b و c من \mathbb{R}^* حيث $ab+bc+ca=0$
أحسب $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$

الترتيب في \mathbb{R}

تمرين 1:

-1 ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث
 $-1 \leq b \leq 4$; $-2 \leq a \leq 3$
بين أن $-41 \leq a^2 - b^2 + 3a - 5b + 1 \leq 24$
-2 قارن $1+3\sqrt{2}$ و $3\sqrt{3}$
-3 ليكن $x \in \mathbb{R}_+$ قارن $\frac{1}{2x}$ و $\sqrt{x^2+1}-x$

تمرين 2:

ليكن a و b عددين حقيقيين سالبين قطعا حيث $a \neq b$
قارن $1 - \frac{b}{a}$ و $\frac{a}{b} - 1$

تمرين 3:

ليكن a و b من \mathbb{R} حيث $a > b > \frac{-1}{2}$
قارن $\frac{2b+1}{2a+1}$ و $\frac{2a+1}{2b+1}$

تمرين 4:

بين إذا كان $x > 10^2$ فإن $1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} > 0,9$

تمرين 5:

ليكن a و b من \mathbb{R}_+ حيث $a \leq b$
بين أن $a \leq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \leq b$

تمرين 6:

ليكن a و b و c و d من \mathbb{R} حيث $a < b$; $a < d$
بين أن $ac + bd \geq \frac{1}{2}(a+b)(c+d)$

تمرين 7

1- حل في \mathbb{R} المعادلتين $-x+2=|2x-5|$ و $-2x+3=5$

2- بين بدون فصل الحالات أن المعادلة $|3x-1|+|3x+6|=4$ لا تقبل حلا في \mathbb{R} .

3- نعتبر $p(x) = |3x-1|+|x+2|$

(a) أكتب $p(x)$ بدون استعمال الرمز $||$

(b) حل في \mathbb{R} $p(x)=3$

تمرين 8

نعتبر x و y عددين حقيقيين حيث $0,75 < x < 0,80$ و $-\frac{1}{2} < y < \frac{1}{4}$

1- بين أن $\frac{1}{35} < \frac{1-x}{-4y+5} < \frac{1}{16}$

2- بين أن $\frac{31}{24}$ تقرب للعدد $\frac{1}{x}$ بالدقة 0,05

تمرين 9

ليكن a قيمة مقربة بتفريط للعدد $\frac{1}{3}$ إلى 2×10^{-1} و b حيث $2b^2 - b - 1 < 0$

1- بين أن $\frac{2}{15} \leq a \leq \frac{1}{3}$ و أعط تأطيرا للعدد $\frac{a}{a-1}$

2- ليكن x عددا حقيقيا بحيث $\left| \frac{x-1}{a} \right| < \frac{1}{10}$

بين أن $\frac{29}{30} < x < \frac{31}{30}$

3- أ- بين أن $2b^2 - b - 1 = 2\left(b - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$

ب- بين أن $-\frac{1}{2} < b < 2$ ثم أطر $b^2 - a$

التمرين 10

ليكن $x \in \mathbb{R}^*$

بين إذا كان $\frac{1}{2}$ تقرب للعدد x إلى 10^{-2} فإن 2 تقرب للعدد

$\frac{1}{x}$ إلى $6 \cdot 10^{-2}$