

## الترتيب 1

تمرين 1:

(1) أنشر  $(x - \frac{1}{\sqrt{2}})^2$ .

(2) بين أن  $\frac{x+y}{1+x^2+y^2} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

تمرين 2:

$x \in \mathbb{R}, A = \sqrt{x^2+1} - |x|, B = \sqrt{x^2+1} + |x|$

(1) بين أن  $A > 0$  و  $B > 2|x|$ .

(2) أحسب  $A \times B$  واستنتج أن  $A < \frac{1}{2|x|}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$ .

(3) بين أن  $|x| < \sqrt{x^2+1} < |x| + \frac{1}{2|x|}$   $x \in \mathbb{R}^*$ .

(4) حدد تاطيرا للعدد  $\frac{\sqrt{122}}{3}$  سعته  $\frac{1}{66}$ .

تمرين 3:

(1)  $x \in \mathbb{R}, x \neq 1$

بين أن  $\frac{x}{x+1} = x - x^2 + \frac{x^3}{x+1}$ .

(2) بين أن  $x \in \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$   $\left|\frac{x^3}{x+1}\right| \leq 2|x|^3$ .

(3) استنتج أن  $x - x^2 - 2|x|^3 \leq \frac{x}{x+1} \leq x - x^2 + 2|x|^3$  مع  $x \in \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$ .

(4) حدد أطيرا للعدد  $\frac{10^{-3}}{1.001}$  سعته  $4 \cdot 10^{-9}$ .

تمرين 4:

(1)  $x, y$  عدنان حقيقيان بحيث  $x^2 + y^2 = 1$ .

بين أن  $|ax + by| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$  لكل  $a, b$  من  $\mathbb{R}$ .

(2) استنتج أن  $\frac{3x+4}{\sqrt{1+x^2}} \leq 5$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ .

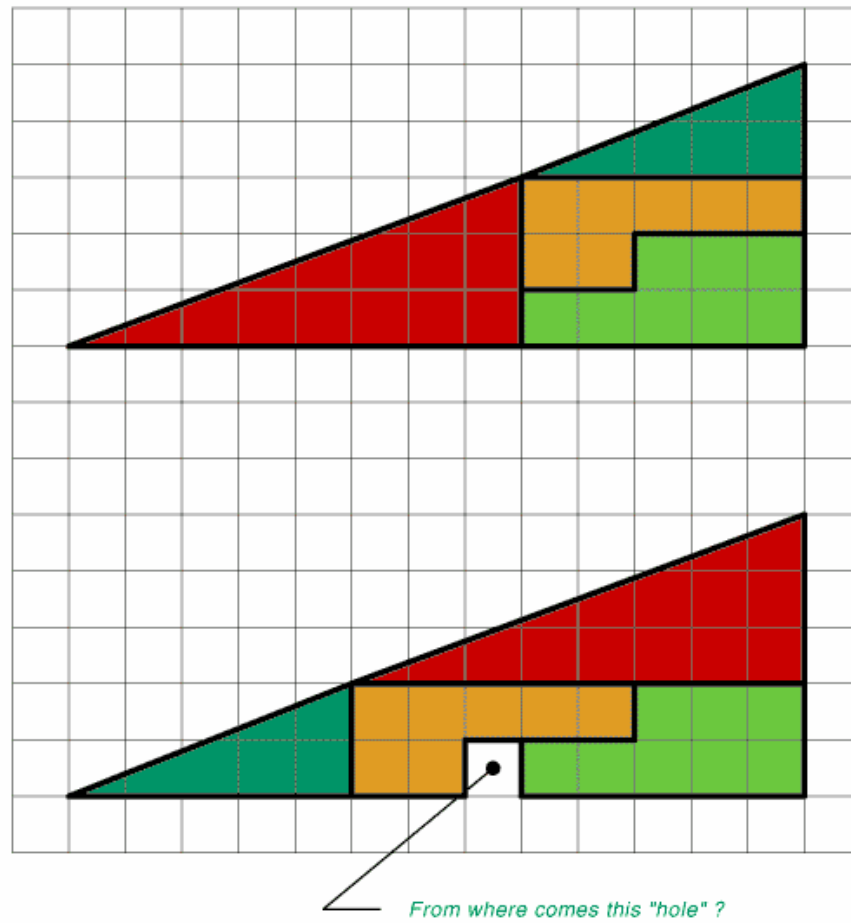
## الترتيب 2

<p><b>تمرين 1:</b> <math>x \in [1, +\infty[</math> نضع <math>A = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}</math> و <math>B = 2\sqrt{x}</math></p> <p>(1) أ- بين أن: <math>\sqrt{x^2-1} &lt; x</math></p> <p>ب- بين أن: <math>B^2 - A^2 = 2(x - \sqrt{x^2-1})</math> ثم استنتج أن <math>A &lt; B</math></p> <p>(2) قارن: <math>2\sqrt{3}</math> و <math>\frac{\sqrt{11} + \sqrt{13}}{2}</math></p>
<p><b>تمرين 2:</b> <math>x \in [-1, 1]</math> نضع <math>A = x</math> و <math>B = \sqrt{1-x^2}</math></p> <p>(1) بين أن: <math>B \leq 1</math></p> <p>(2) برهن على أن: <math>A \times B \leq \frac{1}{2}</math> وأن <math>A + B \leq \sqrt{2}</math></p> <p>(3) حل في <math>\mathbb{R}</math> المعادلة: <math>x + \sqrt{1-x^2} = \sqrt{2}</math></p>
<p><b>تمرين 3:</b> <math>x \in \mathbb{R}</math></p> <p>(1) بين أن: <math>2 x  \leq x^2 + 1</math></p> <p>(2) بين أن: <math>(a, b) \in \mathbb{R}^2</math>, <math>\left  \frac{ax+b}{x^2+1} \right  \leq \frac{1}{2} a  +  b </math></p>
<p><b>تمرين 4:</b> <math>0 &lt; a \leq b</math></p> <p>بين أن: <math>a \leq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \leq b</math></p>
<p><b>تمرين 5:</b></p> <p>(1) <math>i \in \mathbb{N}^*</math> <math>x_i \in \mathbb{R}^{+*}</math></p> <p>أ) بين أن <math>x_1 + \frac{1}{x_1} \geq 2</math></p> <p>ب) بين أن <math>(x_1 + x_2) \times \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) \geq 4</math></p> <p>ج) بين أن <math>(x_1 + x_2 + x_3) \times \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) \geq 9</math></p> <p>د) تظنن <math>(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \times \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} \right) \geq ?</math></p> <p>(2) <math>x, y, z \in \mathbb{R}^{+*} / \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1</math></p> <p>بين أن <math>(x-1) \times (y-1) \times (z-1) \geq 8</math></p>

### الترتيب 3

<b>تمرين 1:</b> $a \in [1, +\infty[$ ما هو أقرب العددين الى 1 : $\frac{a}{a+1}$ أو $\frac{a+1}{a}$ .
<b>تمرين 2:</b> بسط ما يلي: $(1 - \frac{1}{2^2}) \times (1 - \frac{1}{3^2}) \times (1 - \frac{1}{4^2}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{n^2})$ . $n \in \mathbb{N}^*$
<b>تمرين 3:</b> $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ بحيث $a \leq b + c$ . بين أن $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c}$ .
<b>تمرين 4:</b> $x \in \mathbb{R}^+$ نضع $A = \sqrt{x+1}, B = 1 + \frac{x}{2}, C = \frac{x^2}{8} + \sqrt{x+1}$ (1) قارن $A$ و $B$ . (2) بين أن : $C^2 - B^2 = \frac{x^2}{4} (\sqrt{x+1} + \frac{x^2}{16} - 1)$ واستنتج أن $1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \leq \sqrt{x+1}$ (3) حدد تأطيرا للعدد $\sqrt{1.0002}$ وقيمة مقربة للعدد $\sqrt{1,0000001}$ بالدقة $10^{-14}$ .

HOW CAN THIS BE TRUE ?



<http://hassan.ift.fr>

hassan moussid

## مراجعة

<p style="text-align: right;"><b>تمرين 1:</b></p> <p>احسب <math>ppcm(a,b)</math> و <math>pgdc(a,b)</math> في الحالات التالية:</p> <p>(1) <math>a = 42, b = 184</math></p> <p>(2) <math>a = 115, b = 244</math></p> <p>(3) <math>a = 12n, b = 15n</math></p> <p>(4) <math>a = 2n, b = 2n + 1</math> <math>n \in \mathbb{N}</math></p>
<p style="text-align: right;"><b>تمرين 2:</b></p> <p>نعتبر <math>E = \{(a,b) \in \mathbb{N}^2 / p\gcd(a,b) = 15 \text{ et } ppcm(a,b) = 180\}</math></p> <p>(1) بين أن <math>(a,b) \in E</math> <math>k, k' \in \mathbb{N} / a = 15k, b = 15k'</math></p> <p>(2) حدد المجموعة <math>E</math>.</p>
<p style="text-align: right;"><b>تمرين 3:</b></p> <p>(1) بين أن <math>\frac{1}{x+1} = 1 - x + \frac{x^2}{1+x}</math>; <math>x \in \mathbb{R}; x \neq -1</math></p> <p>(2) بين أن: <math>0 \leq \frac{x^2}{1+x} \leq 2x^2</math> مهما يكن <math>x</math> من المجال <math>[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]</math>.</p> <p>(3) استنتج أن <math>1-x</math> تقريب للعدد <math>\frac{1}{1+x}</math> بالدقة <math>2x^2</math> مهما يكن <math>x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]</math>.</p> <p>(4) حدد تقريبات للأعداد: <math>\frac{1}{0.9995}</math>; <math>\frac{1}{0.004}</math> مع تحديد الدقة.</p>
<p style="text-align: right;"><b>تمرين 4:</b> (أكاديمية تطوان 93)</p> <p>(1) أ- بين أن: <math>\sqrt{a+13} &lt; \sqrt{a} + 13</math> <math>a \in \mathbb{R}^*</math></p> <p>ب- استنتج أن: <math>0 &lt; \sqrt{13} - \sqrt{a} &lt; \frac{13-a}{\sqrt{a+13}}</math> مع <math>a \in ]0, 13[</math></p> <p>(2) بين أن <math>x \in ]12, 13[</math>: <math>\frac{\sqrt{12} + \sqrt{13}}{2}</math> قيمة مقربة ل <math>\sqrt{x}</math> بالدقة 0.1.</p>
<p style="text-align: right;"><b>تمرين 5:</b></p> <p>(1) حل في <math>\mathbb{R}</math> المتراجحتين: <math> x+2  \geq 3</math> *</p> <p><math>  x -3 -2  &lt; 1</math> *</p> <p>(2) <math>x \in ]-2, 1[</math> حدد <math>c</math> و <math>r</math> بحيث <math> x-c  &lt; r</math>.</p>
<p style="text-align: right;"><b>تمرين 6:</b></p> <p style="text-align: center;"><u><math>(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 / a^2 + b^2 + c^2 = 1</math></u></p> <p>بين أن <math>a+b+c \leq \sqrt{3}</math> (إشارة: يمكنك استعمال المتطابقة: <math>(a+b+c)^2</math>)</p>

## الترتيب 4

<p><b>تمرين 1:</b> <math>x, y \in [1, 2]</math></p> <p>(1) بين أن <math>\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \in \left[2, \frac{5}{2}\right]</math></p> <p>(2) استنتج أن <math>\frac{9}{4}</math> قيمة مقربة للعدد <math>\frac{x}{y} + \frac{y}{x}</math> بالدقة 0.25</p>
<p><b>تمرين 2:</b> مع <math>A = x^2 + x - 2</math> و <math>-1 \leq x \leq 1</math></p> <p>(1) بين أن <math>A = (x-1)(x+2) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}</math></p> <p>(2) أطر <math>A</math> بثلاثة طرق مختلفة وحدد أحسنها.</p>
<p><b>تمرين 3:</b> مع <math>A = \frac{2x}{x^2 + 1}</math> و <math>B = \frac{1-x^2}{1+x^2}</math> مع <math>x \in \mathbb{R}</math></p> <p>(1) أ- تأكد أن <math>A^2 + B^2 = 1</math></p> <p>ب- استنتج أن <math>-1 \leq A \leq 1</math> وأن <math> B  \leq 1</math></p> <p>(2) برهن على أن <math> A+B  \leq \sqrt{2}</math></p>
<p><b>تمرين 4:</b></p> <p>(1) بين أن <math>x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2(x+2)</math> مع <math>x \in \mathbb{R}</math></p> <p>(2) <math>a &gt; 0</math> . <math>x \in [1, 1+a]</math></p> <p>أ- بين أن <math>\left  \frac{1}{\sqrt{x}} - \left(1 - \frac{1}{2}(x-1)\right) \right  \leq \frac{3a^2}{8}</math></p> <p>ب- استنتج تقريبا <math>\frac{1}{\sqrt{1.0004}}</math> سعته <math>6.10^{-8}</math></p>

Mieux vaut savoir tout chercher que chercher à tout savoir...  
(Patrick Mendelson - Université de Genève)