

Chorfi_mouhsine@yahoo.fr

تمرين رقم 1 :

أكتب باستعمال الكمات العبارات التالية و حدد قيمة حقيقة كل عبارة :

** لا يوجد أي عدد جذري x حل للمعادلة $x^2 = 8$.

** بعض الأعداد الحقيقية هي أعداد جذرية .

** مربع أي عدد حقيقي هو أصغر من أو يساوي 0 .

** لكل عددين حقيقيين x و y يوجد عدد صحيح طبيعي n بحيث : $x + y = n$.**تمرين رقم 2 :**

حدد نفي العبارات التالية و حدد قيمة حقيقة كل منها :

$$(P)(\exists x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z}) : x - 4y = \sqrt{3}.$$

$$(Q)(\exists x \in \mathbb{R}) : |x| \leq 0$$

$$(R)\sqrt{5} + \sqrt{6} \leq \sqrt{19}$$

$$(S)(\forall y \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} > y$$

$$(T)(\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 - 3x + 2 \geq 0$$

تمرين رقم 3 :

بين باستعمال الإستدلال بالمثال المضاد أن العبارتين التاليتين خاطئتين .

$$(P)(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : 2x - 4y \neq 5 \quad **$$

$$(Q)(\forall x \in]0,1[)(\forall y \in]0,1[) : 0 < \frac{x+y}{xy(1-xy)} < 1 \quad **$$

تمرين رقم 4 :

بين باستعمال قانون الاستلزام المضاد للعكس أن :

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : ((xy - 1)(x - y) \neq 0 \Rightarrow x(y^2 + y + 1) \neq y(x^2 + x + 1)) \quad (1)$$

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(\forall z \in \mathbb{R}) : x + y > 2z \Rightarrow x > z \text{ أو } y > z \quad (2)$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \sqrt{x+1} \neq 1 + \frac{x}{2} \quad (3)$$

$$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x \neq y \Rightarrow (x+1)(y-1) \neq (x-1)(y+1) \quad (4)$$

$$(\forall x \in]1, +\infty[)(\forall y \in]1, +\infty[) : x \neq y \Rightarrow x^2 - 2x \neq y^2 - 2y \quad (5)$$

$$(\forall x \in]1, +\infty[)(\forall y \in]1, +\infty[) : x \neq y \Rightarrow \frac{x}{1+x^2} \neq \frac{y}{1+y^2} \quad (6)$$

تمرين رقم 5 :

بين باستعمال قانون فصل الحالات أن :

$$x \in \mathbb{R} \text{ لكل } \sqrt{x^2 + 1} + x > 0 \quad (1)$$

$$\begin{cases} 2|x-1| - y = 4 \\ |x| + 2y = 6 \end{cases} \text{ حل النظمة التالية في } \mathbb{R}^2 \quad (2)$$

تمرين رقم 6 :

بين بالترجع أن :

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (1)$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} : \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (2)$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n+1) = (n+1)^2 : \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{n}{2n+1} : \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (4)$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* , \quad 1 - 3 + 5 - 7 + \dots + (-1)^n (2n+1) = (-1)^n (n+1) \quad (5)$$

(6) $10^n - 1$ من مضاعفات العدد 9 ، $\forall n \in \mathbb{N}$.

تمرين رقم 7: (البرهان بالخلف)

(1) لتكن x و y و z أعداد تنتمي إلى \mathbb{R}^{*+} بحيث: $xyz > 1$ و $x + y + z < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.

أ- بين أن جميع الأعداد x و y و z تخالف 1 .

ب- بين أن أحد الأعداد x و y و z أصغر قطعاً من 1 .

(2) (P) و (Q) مستويين متقاطعان في مستقيم (D) .

A و B نقطتان مختلفتان من (P) بحيث (AB) يقطع (D) في نقطة واحدة C .

لتكن E نقطة من المستوى (Q) و لا تنتمي إلى المستقيم (D) .

بين أن المستويين (ABE) و (Q) غير منطبقين .