التمرين الأول:

حدد حقيقة العبارات التالية :

$$A_1 : \ (\exists x \in \mathbb{Q}) : \ x+2<0$$

$$A_2 : \ (\forall x \in [0,8]) : \ x > \frac{1}{x}$$

$$A_3 : \ (\exists \alpha \in \mathbb{R}) : \ \alpha^2 < \alpha$$

$$A_4 : \ (\forall x \in \mathbb{N})(\exists y \in \mathbb{N}) : \ x+y=7$$

$$A_5 : (\forall x \in]1,+\infty[) : \ 0 < \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1} < \frac{\sqrt{2}}{4}$$

التمرين الثاني:

حدد نفي العبارات التالية:

$$P_1 : \ (\exists x \in \mathbb{R}) : \ [x>2 \text{ أو } x^2-2x+5<0]$$

$$P_2 : \ (\forall a \in]0,3])(\exists b<0) \ : \ a+b=\frac{1}{ab}$$

$$P_3 : (\exists x \in \mathbb{R}^-) : \ (x<3 \Rightarrow x^2>9)$$

$$P_4 : (\forall x \in [-5,5]) : \ (|x+1|<4 \Leftrightarrow x \in [-4,4])$$

التمرين الثالث:

لتكن z , y , x ثلاث أعداد حقيقة حيث أحدهما موجب قطعا والثاني سالب قطعا والثالث منعدم وتحقق الاستلزامات التالية :

$$x=0 \Rightarrow y>0$$

$$x>0 \Rightarrow y<0$$

$$y \neq 0 \Rightarrow z>0$$

حدد من بين هذه الأعداد الموجب قطعا والسالب قطعا والمنعدم

التمرين الرابع:

1) بين أن:

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \ \sqrt{x^2+1}+\frac{1}{2}(x+2)>0$$

2) بين أن:

$$(\forall x \in [-1,1]) : \ -1 \leq 2x\sqrt{1-x^2} \leq 1$$

التمرين الخامس:

1) بين أن:

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \ x \neq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x} \neq 1+\frac{x}{2}$$

2) بين أن:

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \ (x \neq \sqrt{3} \text{ و } x \neq -\sqrt{3}) \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{1+x^2}} \neq 1$$

التمرين السادس:

1) ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين بين أن

$$a > b > 0 \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \notin \mathbb{N}$$

2) ليكن x , y , z أعدادا حقيقية :

بين أن :

$$(x^2 + 4yz + 2z = 0 \text{ و } x + 2xy + 2z^2 = 0) \Rightarrow (2xz + y^2 + y + 1 \neq 0)$$

التمرين السابع:

حل في $\mathbb{R}$ مايلي:

$$\sqrt{3 - x} - \sqrt{x + 1} > \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x + 7} - \sqrt{2x - 3} = 4$$

التمرين الثامن:

1) بين بالترجج أن:

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad : \quad S_n \sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2)$$

2) بين بالترجج أن:

العدد $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad : a_n = 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ يقبل القسمة على 7

3) ليكن $a \in \mathbb{R}$ و $n \in \mathbb{N}^*$

نضع :

$$S_n = \frac{a+1}{2} + \frac{a+3}{4} + \frac{a+7}{8} + ... + \frac{a+2^n-1}{2^n}$$

بين أن :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*): \; S_n = n + \frac{(a-1)(2^n-1)}{2^n}$$