

EXERCICES SUR LE CALCUL NUMÉRIQUE ET LITTÉRAL

Exercice 1

Le but de cet exercice est de calculer le nombre suivant :

$$x = 83875683470^2 - 83875683469 \times 83875683471$$

1. Que donne ce calcul avec la calculatrice ?
2. On pose $a = 83875683470$. Exprimer x en fonction de a , puis en simplifiant déterminer x .

Exercice 2

Retrouver le nombre caché sous la tache : $\frac{1}{4} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50} + \frac{1}{60} + \frac{1}{\blacksquare}$

Exercice 3

Un père lègue tout son argent à ses enfants de la façon suivante :

- à l'aîné, 1000 € et un dixième du reste
- au second, 2000 € et un dixième du reste
- au troisième, 3000 € et un dixième du reste

et ainsi de suite...

À la fin du partage, chaque enfant reçoit la même somme. Combien y a-t-il d'enfants ?

Exercice 4

Quelle est la somme des chiffres du nombre $N = 10^{2000} - 2000$?

Exercice 5

On considère le nombre suivant : $x = \frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$.

1. Calculer x lorsque $n = 0$; $n = 1$; $n = 2$ et $n = 3$. Que constate-t-on ?
2. Justifier la constatation précédente en simplifiant x .

Exercice 6

Simplifier l'écriture des nombres suivants : $A = 1 + \frac{2}{1 + \sqrt{3}}$ et $B = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \sqrt{3}}}$.

Exercice 7

Calculer et mettre sous la forme la plus simple possible :

$$\frac{7 + \frac{1}{3}}{6 - \frac{13}{4}}$$

$$(\sqrt{3} - 5)^2 + \sqrt{3}(9 - \sqrt{3})$$

$$\sqrt{72} + \sqrt{32} - 6\sqrt{8}$$

Exercice 8

Simplifier au maximum : $(3^7 \times 2^{-6})^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{33}$ et $\frac{4^{-2}}{4 \times 49^{-3}} \times \left(-\frac{4}{7}\right)^5$

Exercice 9

Factoriser :

$$A(x) = (5x - 3)^2 - (5x - 3)(x + 2)$$

$$B(x) = 4(1 + 2x)^2 - 9x^2$$

$$C(x) = 6x - 1 - (5 - x)(6x - 1)$$

Exercice 10

Simplifier : $A = 5 \times \left(\frac{3^{-2}}{5^4}\right)^3 \times \frac{25^5}{3^{-4}}$ et $B = \frac{(14 \times 10^{-3})^6 \times 10^9}{49^4 \times 0,02^5}$

On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exercice 11

Comparer les deux nombres suivants : $a = 5 - \sqrt{2}$ et $b = \sqrt{26 - 10\sqrt{2}}$

Exercice 12

On pose $a = 1 - \sqrt{2}$ et $b = \sqrt{2}$. Calculer :

$$a + b^2$$

$$(a + b)^2$$

$$a^2 + b^2$$

Exercice 13

Simplifier au maximum : $\sqrt{72} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$; $\sqrt{\sqrt{5} + 1} \times \sqrt{\sqrt{5} - 1}$; $\sqrt{3^2 + 4^2}$; $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2}$

Exercice 14

Simplifier au maximum : $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 3^3$; $(3^2 \times 2)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times 5^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3$; $\left(\frac{2}{7}\right)^7 \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 \times \left(-\frac{49}{2}\right)^3$

Exercice 15

Factoriser les expressions suivantes :

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

$$g(x) = (x - 2)(2x + 6) + x^2 - 4x + 4$$

Exercice 16

Simplifier, au maximum, les deux expressions ci-dessous :

$$A = \frac{(10^8 + 10^{-7})^2 - (10^8 - 10^{-7})^2}{10^{-12}}$$

$$B = (1 + \sqrt{2})^2 - 3 - 2\sqrt{2}$$

Qu'obtient-on à la calculette ?

Exercice 17

Trouver le plus grand des nombres : $a = \sqrt{1 - 10^{-19}}$ et $b = 1 - 10^{-18}$.

Exercice 18

On donne le nombre suivant : $A = \frac{10^{-7} - 3 \times 10^{-6}}{10^{-7} + 3 \times 10^{-6}}$

1. Écrire le nombre A en notation scientifique (on arrondira à 4 chiffres significatifs).
2. Écrire le nombre A sous forme de fraction irréductible (détailler les calculs).

Exercice 19

Démontrer que pour tous nombres réels a et b , on a : $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab$

Exercice 20

Démontrer que pour tous nombres réels a et b , on a : $(a + b\sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = (a + 2b) + (a + b)\sqrt{2}$

Exercice 21

Calculer et simplifier au maximum :

$$A = \sqrt{4^2 + 5^2}$$

$$B = \sqrt{12} - \sqrt{75} + 3\sqrt{3}$$

$$C = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2} + \sqrt{18}}$$

$$D = 12^{100} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{50} \times 6^{-149}$$

Exercice 22

Calculer et simplifier au maximum :

$$A = \sqrt{5^2 - 4^2} \times \sqrt{3^2}$$

$$B = 5\sqrt{18} - 18\sqrt{50}$$

$$C = \frac{3}{2\sqrt{7} - 1}$$

$$D = \left(\frac{4}{3}\right)^{50} \times 0,75^{51}$$

Exercice 23

On donne les nombres suivants : $A = 0,001264$ et $B = \sqrt{4 \times 3^6 - 9 \times 10^2}$

1. Écrire le nombre A en notation scientifique.
2. À l'aide de la calculatrice, écrire le nombre B en notation scientifique.
(on arrondira à 4 chiffres significatifs)

Exercice 24

1. Démontrer que : $(a + b)^3 + (a - b)^3 = 2a(a^2 + 3b^2)$.
2. En déduire une simplification de l'expression : $f(x) = \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^3 + \left(x - \sqrt{1 + x^2}\right)^3$.