

المجموعات

تمرين 1:

$x \in IR$ بحيث $x \neq 1$ و $n \in IN^*$ نضع $A = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$.

(1) بسط $xA - A$.

(2) استنتج أن $A = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$.

(3) بين أن $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$.

لكل a و b من IR .

(4) استنتج أن $3^{2n} - 2^n$ من مضاعفات 7 لكل n من IN .

تمرين 2:

بين أن $\sqrt{n^2 + n + 1} \notin IN$ لكل $n \in IN^*$.

تمرين 3:

صحح الخطأ الوارد فيما يلي:

نعتبر a و b بحيث $a = 1$ و $b = 1$.

لدينا في هذه الحالة $a^2 - b^2 = (a - b)^2$.

اذن $(a - b)(a + b) = (a - b)(a - b)$.

ومنه $a + b = a - b$.

اذن $1 + 1 = 1 - 1$ أي $2 = 0$!!!

تمرين 4:

a, b, c, d أعداد حقيقية غير منعدمة بحيث $ab + bc + ca = 0$.

أحسب $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$.

للبحث: بين أن a^2 يقسم b^2 تكافئ a يقسم b (a و b من IN).

Les premières traces laissées par l'homme illustrant l'acte de compter remontent à plus de 30 000 ans.

Des chercheurs ont retrouvé des os entaillés permettant, par exemple, de compter les animaux d'un troupeau : une entaille correspond à un animal.

Ce système permettait de savoir si toutes les bêtes étaient présentes, mais sans en connaître le nombre exact. Les hommes ont aussi utilisé, de manière analogue, des cailloux ou des nœuds sur une corde. Mais cette méthode a des inconvénients : en particulier, il est difficile de représenter de grands nombres.

Le système d'écriture des nombres que l'on utilise actuellement a été inventé en Inde vers le ve siècle. Puis, par l'intermédiaire des mathématiciens arabes, cette numération est arrivée en Europe à partir du xiii^e siècle, et a remplacé la numération romaine environ deux siècles plus tard.

Collection Microsoft ® Encarta ® 2005. © 1993-2004 Microsoft Corporation.

المجموعات

<p>تمرين 1: بسط ما يلي:</p> $\frac{1}{x} + \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} \quad (2)$ $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad (4)$	<p>(1) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$</p> <p>(3) $(a + b + \sqrt{ab})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$</p>
<p>تمرين 2: $n \in \mathbb{N}$ بين أن: $\sqrt{n} \in \mathbb{N}$ تكافئ $\sqrt{n} \in \mathbb{Q}$.</p>	
<p>تمرين 3: (1) a عدد جذري و b عدد لاجدري. بين أن $a + b$ عدد لاجدري. (2) a عدد جذري غير منعدم و b عدد لاجدري. بين أن ab عدد لاجدري. (3) a عدد لاجدري و b عدد لاجدري. ماذا تقول عن $a + b$ و ab.</p>	
<p>تمرين 4: a و b عدنان حقيقيان بحيث $0 < b \leq a$. نضع $A = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - b^2}}$. (1) احسب A^2. (2) استنتج كتابة بسيطة للعدد A. (3) احسب $\sqrt{5 + \sqrt{21}} + \sqrt{5 - \sqrt{21}}$.</p>	

للبحث:

- (1) $a; b$ و n أعداد صحيحة طبيعية.
بين أن $a^n - b^n$ من مضاعفات $a - b$.
- (2) تحقق أن $3^5 - 1$ و $4^5 - 1$ و $5^5 - 1$ من مضاعفات 11.
- (3) بين أن $3^{5k} + 4^{5k+2} + 5^{5k+1} = (3^{5k} - 1) + 5(4^{5k} - 1) + 5(5^{5k} - 1) + 11 \times (4^{5k} + 1)$
- (4) استنتج أن $3^{5k} + 4^{5k+2} + 5^{5k+1}$ قابل للقسمة على 11. $k \in \mathbb{N}$

$(2x+2)^2 - 4(x+1)^2$ (2) $4x^2 - 9 + (2x+3)^2$ (4) $x^5 + y^5 - xy^4 - x^4y$ (6) $x^2 + x - 1$ (8)	$27x^3 - 64$ (1) $(2x-1)^2 - (4-8x)(x+3) + (3-6x)^2$ (3) $(2x-3)^3 - x^3 - 9(x-3)$ (5) $x^5 + x^4 + x^3 + 1$ (7)	تمرين 1: عمل ما يلي
$\sqrt{8-2\sqrt{7}}$ (2) $\sqrt{x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1}$ (4)	$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}$ (1) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$ (3)	تمرين 2: بسّط ما يلي
	$\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = 10$ علما أن $x \in \mathbb{R}^+$ (1) أحسب $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ (2) استنتج قيمة x	تمرين 3:
	$\sqrt{x+4-4\sqrt{x}} + \sqrt{x+9-6\sqrt{x}} = 1$	تمرين 4: حل في \mathbb{R} المعادلة :

Enigme

Considérons l'équation :

$$x^2 + 1 = 0$$

Nous pouvons encore l'écrire :

$$(x+1)^2 - 2x = 0$$

$$(x+1)^2 = 2x$$

Comme un carré est toujours positif ou nul, on en déduit :

$$x \geq 0$$

Mais notre équation de départ peut également s'écrire :

$$(x-1)^2 + 2x = 0$$

$$2x = -(x-1)^2$$

Comme un carré est toujours positif ou nul, on en déduit :

$$x \leq 0$$

On a vu que $x \geq 0$ et $x \leq 0$, donc $x = 0$.

Pourtant 0 ne vérifie pas l'équation de départ. Où est l'erreur ?