

**التمرين الأول : ( 2.5 ن )**

نضع  $I = \int_0^1 \frac{t^3}{1+t} dt$  و  $J = \int_0^1 t^2 \ln(1+t) dt$

- (1) بين أن لكل  $t$  من  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  ،  $\frac{t^3}{1+t} = t^2 - t + 1 - \frac{1}{1+t}$  ، ثم احسب  $I$  .  
(2) باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب  $J$  .

**التمرين الثاني (4.5 ن)**

لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية هندسية أساسها  $q$  ( $q > 0$ ) وحدها الأول  $u_0 = 2$  بحيث  $u_0 + u_1 + u_2 = \frac{7}{2}$

- (1) بين أن أساس المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  هو  $q = \frac{1}{2}$  .  
(2) لتكن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية المعرفة بما يلي :  $v_n = \ln(u_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .  
أ- احسب  $v_0$  ثم بين أن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية حسابية محددًا أساسها .  
ب- نضع :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  بين أن  $S_n = \frac{n}{2}(-n+3) \ln 2$  .  
ج- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي  $n$  يحقق  $S_n + 9 \ln 2 \leq 0$  .

**التمرين الثالث (9 ن)**

- I) نعتبر الدالة العددية  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $g(x) = xe^{-x} - 1$  .  
1- احسب النهايات  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$  .  
2- أ- احسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  و ادرس إشارتها ثم ضع جدول تغيرات  $g$  .  
ب- استنتج أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $g(x) < 0$  .

II) يهدف هذا الجزء إلى دراسة الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$f(x) = [g(x)]^2$  وذلك باستعمال نتائج الجزء I .

ليكن  $(C)$  منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  وبين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  [لاحظ أن :  $\left[ \frac{f(x)}{x} = x \left( \frac{g(x)}{x} \right)^2 \right]$

ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

- (2) أ- اكتب  $f'(x)$  بدلالة  $g'(x)$  و  $g(x)$  ثم استنتج إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$  .  
ب- اعط جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
(3) أ- حدد معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  في النقطة التي أفصولها 0 .

ب- أنشئ  $(C)$  . ( نأخذ  $\frac{1}{e} \approx 0,36$  )

#### التمرين الرابع (4 ن)

- يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء و ثلاث كرات سوداء , كلها غير قابلة للتمييز باللمس .  
نسحب تأنيا اربع كرات من الكيس .
- (1) احسب احتمال كل من الحدثين التاليين :  
A : الكرتان المتبقيتان في الكيس لهما نفس اللون .  
B : الكرتان المتبقيتان في الكيس مختلفتا اللون .
- (2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية بالكيس .  
أ- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .  
ب- احسب  $E(X)$  الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$  .